

不匹配扰动下永磁同步电动机的固定时间滑模跟踪控制

刘永慧¹, 刘泽奇²

(1. 上海第二工业大学 智能制造与控制工程学院, 上海 201209;

2. 上海电机学院 电气学院, 上海 201306)

摘要: 针对含有不匹配扰动的永磁同步电动机 (permanent magnet synchronous motor, PMSM) 转速跟踪问题, 提出了基于超扭曲扰动观测器的固定时间滑模跟踪控制。首先, 基于超扭曲理论改进了扰动观测器, 使观测器在有限时间内观测出匹配和不匹配扰动。然后, 引入固定时间趋近律, 使系统在固定时间内到达滑模面, 且提高了系统的控制精度。接着, 将不匹配扰动和反馈电流引入到滑模面中, 使跟踪误差在固定时间内收敛到滑模面上, 同时实现 PMSM 的转速跟踪和电流控制。最后, 以 PMSM 为例, 通过与积分滑模控制和非奇异终端滑模控制进行对比, 验证了该方法具有更高的跟踪精度, 而且能够抑制不匹配扰动等不良因素的影响。

关键词: 永磁同步电动机; 滑模控制; 不匹配扰动; 超扭曲理论

中图分类号: TP273

文献标志码: A

Fixed Time Sliding Mode Tracking Control of Permanent Magnet Synchronous Motor under Mismatched Disturbances

LIU Yonghui¹, LIU Zeqi²

(1. School of Intelligent Manufacturing and Control Engineering, Shanghai Polytechnic University, Shanghai 201209, China;

2. School of Electrical Engineering, Shanghai DianJi University, Shanghai 201306, China)

Abstract: To solve the problem of rotational speed tracking of permanent magnet synchronous motor (PMSM) with mismatched disturbances, a fixed-time sliding mode tracking control based on super-twisted disturbance observer is proposed. Firstly, the improved disturbance observer is based on the super-twisted theory, so that the observer can observe the matched and unmatched perturbations in a finite time. Then, the fixed-time approach law is introduced to make the system reach the sliding mode surface in a fixed time and improve the tracking accuracy. Then, the mismatched disturbances and feedback current are introduced into the sliding mode surface, so that the tracking error converges to the sliding mode surface in a fixed time. Moreover, the rotation tracking and current control of the PMSM are realized. Finally, taking PMSM as an example, it is verified that the method has higher tracking accuracy and can suppress the influence of the bad factors such as mismatched disturbances by comparing with integral sliding mode control and non-singular terminal sliding mode control.

Keywords: permanent magnet synchronous motor; sliding mode control; mismatched disturbance; super-twisted theory

收稿日期: 2024-06-27

通信作者: 刘永慧 (1986-), 女, 山东临沂人, 博士, 副教授, 主要研究方向为电力系统智能控制。E-mail: liuyh@sspu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金 (61803253) 资助

0 引言

永磁同步电动机 (permanent magnet synchronous motor, PMSM) 因其结构简单、效率高、节能等优点, 在铁路牵引系统、电动汽车和航空航天等领域得到了广泛的应用, 逐渐成为工业领域最具发展潜力的电动机之一^[1-2]。然而, PMSM 在复杂工况运行下易受参数摄动和外界干扰等不确定性因素的影响。此外, 当系统扰动不满足匹配条件时, PMSM 系统的控制变得更加复杂, 因此有必要设计有效的控制方法, 提高系统的跟踪精度。

为实现 PMSM 的转速跟踪, 模型预测控制^[3]、反步控制^[4]、自抗扰控制^[5]和滑模控制^[6]等控制方法已经得到了广泛的应用。模型预测控制具有建模简单、鲁棒性强等优点, 但计算复杂, 无法满足实时性的要求。反步控制需要对虚拟控制律多次求导, 求解时易引起“微分爆炸”。自抗扰控制参数设计困难, 而且仅适用于积分串联型结构的系统, 具有一定的保守性^[7-9]。相较于以上控制方法, 滑模控制具有强鲁棒性, 易于工程实现等优点, 因此更适用于 PMSM 的转速跟踪。针对转矩扰动对系统的影响, 文献[10]中提出一种非奇异快速终端滑模控制的控制策略。该方法通过改进滑模控制增益不仅有效降低了系统抖振现象, 还提高了响应速度, 当转矩增加时, 转速波动小且恢复时间迅速。为进一步抑制系统扰动, 文献[11]中考虑了 PMSM 运行过程中因模型不确定、参数摄动和外部扰动等因素, 设计了一种新型无模型超螺旋快速积分终端滑模控制器。实验结果表明, 该方法能有效地抑制参数摄动和外部扰动, 增强系统鲁棒性, 提高系统的动态性能和稳态性能。

收敛时间是衡量控制性能的重要指标之一, 传统的滑模控制系统大多是渐近稳定的, 即只有在时间接近无穷时才达到稳定。因此, 学者们提出了有限时间稳定性分析理论。文献[12]中设计了一种快速终端滑模的递归结构, 强制系统直接从滑模面启动, 减少了跟踪误差的收敛时间。为权衡滑模控制中收敛速度和抑制抖振间的矛盾, 文献[13]中提出了一种改进的双幂次趋近律, 通过在幂次项引入状态变量, 使趋近律具有变速特性并在有限时间内到达滑模面。然而有限时间的收敛时间上界依赖于系统的初始状态。文献[14]中改进了固定时间滑

模控制 (fixed time sliding mode control, Fixed TSMC) 的趋近律, 提高了系统状态到达滑模面时的收敛速度, 并得到了不依赖初始状态的收敛时间上界, 但该方法没有考虑到系统状态在滑模面上的收敛时间。

设计滑模控制器时, 如果扰动与控制信号不在同一通道, 只能通过增大切换增益迫使系统收敛到 0 附近的邻域, 这会影响系统的控制性能。为解决滑模控制中的非匹配扰动问题, 国内外学者进行了大量的研究。针对含有非匹配扰动的多输入多输出系统, 文献[15]中提出了分数阶终端滑模控制, 通过引入虚拟控制来补偿非控制通道中的不匹配扰动, 但设计过程较复杂。为估计不匹配扰动, 文献[16]中设计了基于双曲正切函数的扩展状态观测器, 并将观测值反馈到滑模控制器中, 不仅简化了设计过程还抑制了抖振现象。为同时观测匹配与不匹配扰动, 文献[17]中提出了基于非线性干扰观测器的滑模控制, 提高了系统的鲁棒性。近年来, 学者们开始研究非匹配扰动下电机的滑模控制。针对永磁直线电动机, 文献[18]中提出了基于不匹配干扰观测器的新型滑模控制方法, 通过在滑模面中加入不匹配扰动的观测值, 实现了电动机转速和电流的双重控制。在此基础上, 文献[19]中对永磁直线电动机设计高阶非奇异滑模控制器, 提高了跟踪系统的动态性能, 并利用非线性扰动观测器同时观测匹配扰动和不匹配扰动, 提高了系统的鲁棒性。但上述文献所设计的观测器仅保证渐近稳定, 系统需满足扰动信号上界已知且扰动变化率在稳态下为 0 等约束条件, 显然在实际系统中上述约束条件过于保守。为解决上述问题, 文献[20]中设计了新型的滑模观测器使观测误差有限时间内收敛, 并同时设计辅助滑模观测器抑制抖振现象。针对含有时变干扰的无人艇系统, 文献[21]中运用超扭曲理论设计了一种同步扰动观测器。PMSM 的转速跟踪控制中, 不匹配扰动不可避免, 因此针对不匹配扰动, 本文将研究基于扰动观测器的 Fixed TSMC, 实现 PMSM 的转速跟踪。

基于以上分析, 本文考虑 PMSM 同时受到匹配和不匹配扰动时的转速跟踪问题。首先, 建立 PMSM 的数学模型。其次, 设计扰动观测器观测匹配和不匹配扰动, 并运用超扭曲理论提高观测精度, 使观测误差能在有限时间内收敛。然后, 将观测到的不匹配扰动引入到滑模面中, 并设计固定时间滑

模控制器, 保证滑模面的可达性。最后, 通过对积分滑模控制 (integral sliding mode control, ITSMC) 和非奇异终端滑模控制 (non-singular terminal sliding mode control, NFTSMC) 方法, 验证本文设计方法的有效性。本文的主要贡献如下:

(1) 与文献 [16]~[19] 相比, 本文设计的超扭曲滑模观测器, 不再约束扰动上界已知, 且能在有限时间内观测匹配和不匹配扰动并抑制抖振现象。

(2) 设计了 Fixed TSMC, 得到了固定时间收敛上界和收敛域, 保证系统在固定时间内稳定。

(3) 基于超扭曲扰动观测器改进了 Fixed TSMC 方法。超扭曲观测器采用补偿机制对匹配和不匹配扰动进行观测, 提高了跟踪精度。

1 系统模型

PMSM 通过交流电源输送三相电, 在永磁体的磁场与电磁场相互作用下产生旋转磁场, 从而推动转子旋转。图 1 为 PMSM 的工作原理图。

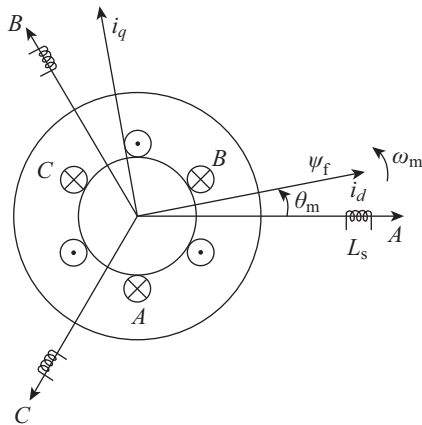


图 1 PMSM 的工作原理
Fig. 1 Working principle diagram of PMSM

由于 PMSM 耦合性强, 无法对励磁磁场和电磁转矩进行独立控制, 因此经过坐标变换为 dq 两相坐标系, 其中 d 轴电流能够有效地改变电动机的磁场; 而 q 轴电流产生的电磁转矩可以控制电动机运转起来。

考虑 PMSM 不确定性、负载扰动和参数摄动等影响因素, PMSM 在两相旋转 dq 坐标系下的数学模型为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\omega}_m &= \frac{3n_p}{2J} \psi_f i_q - \frac{B}{J} \omega_m - \frac{1}{J} T_L + f_\omega \\ \dot{i}_q &= -\frac{R_s}{L_s} i_q + \frac{1}{L_s} u_q - \frac{n_p}{L_s} \psi_f \omega_m \\ &\quad - n_p \omega_m i_d + f_q \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: ω_m 为转子角速度; J 为转动惯量; n_p 为极对数; ψ_f 为转子磁链; i_q 为定子电流的 q 轴分量; B 为摩擦因数; T_L 为负载转矩; L_s 为定子电感; R_s 为定子绕组的相电阻; i_d 为定子电流的 d 轴分量; u_q 为 q 轴电压; f_ω 、 f_q 为参数摄动, 满足

$$\left. \begin{aligned} f_\omega &= \Delta \frac{3n_p}{2J} \psi_f i_q \Delta - \frac{B}{J} \omega_m - \Delta \frac{1}{J} T_L \\ f_q &= -\Delta \frac{R_s}{L_s} i_q + \Delta \frac{1}{L_s} u_q - \Delta \frac{n_p}{L_s} \psi_f \omega_m \\ &\quad - \Delta n_p \omega_m i_d \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

由式 (1) 可知, u_q 受到电流 i_d 的影响。为便于分析, 采用 $i_d = 0$ 的控制策略。当 $i_d = 0$ 时, 通过控制电流 i_q 改变电动机的转矩。

为同时实现 PMSM 速度、位置和电流的控制, 定义系统状态 $[\omega_m^* - \omega_m \ i_q]^T = [x_1 \ x_2]^T$, 其中 ω_m^* 为期望转速。由式 1 可得:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= k_1 x_2'(t) + d_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= k_2 x_1(t) + k_3 x_2'(t) + k_4 (u_q(t) \\ &\quad + d_2(t)) + k_5 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: $k_1 = -\frac{3n_p}{2J} \psi_f$; $d_1(t) = \omega_m^* - \frac{B\omega_m}{J} - \frac{1}{J} T_L - f_\omega$; $k_2 = \frac{\psi_f n_p}{L_s}$; $k_3 = -\frac{R_s}{L_s}$; $k_4 = \frac{1}{L_s}$; $k_5 = -k_2 \omega_m^*$; $d_2(t) = f_q$; $k_5 = -k_2 \omega_m^*$ 。

令 $x_2(t) = k_1 x_2'(t)$, 对式 (3) 进行化简, 可得含有非匹配扰动的状态方程:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) + d_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \kappa + b(u_q(t) + d_2(t)) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: $x_1(t)$ 、 $x_2(t)$ 为系统状态; $d_1(t)$ 为非匹配扰动; $d_2(t)$ 为匹配扰动; 系统参数 $b = k_1 k_4$, $\kappa = k_1 k_2 x_1(t) + k_3 x_2(t) + k_1 k_5$ 。

PMSM 的传统矢量控制包括 1 个转速环和 dq 轴的 2 个电流环。系统控制框图如图 2 所示, 本文将转速环和 q 轴电流环作为一个整体, 并将反馈电流 i_q 引入到滑模控制器中, 通过控制 u_q 来同时实现转速和电流的控制。为克服非匹配扰动, 本文将引入扰动观测器, 观测系统中的扰动并对其进行补偿。

为便于后续分析, 给出引理如下:

引理 1 如果存在一个连续正定函数 $V(x)$ 满足

$$\dot{V}(x) \leq -\alpha V^a(x) - \beta V^b(x) + \varepsilon \quad (5)$$

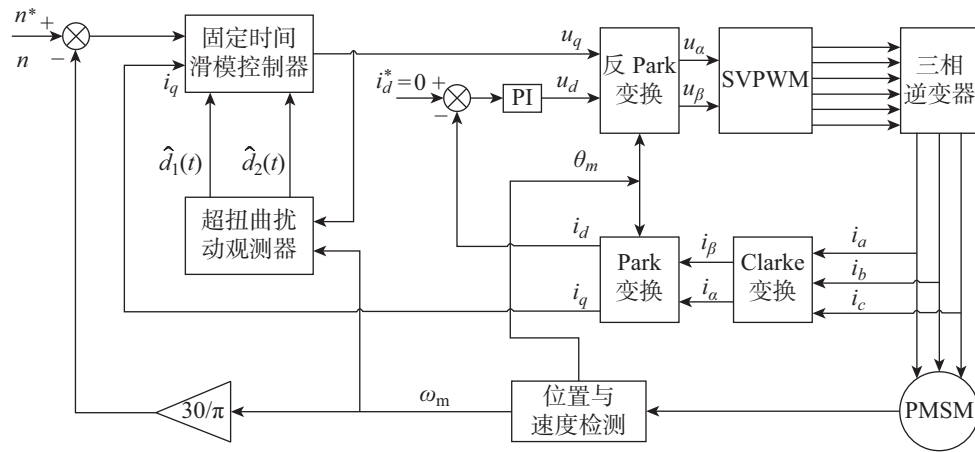


图2 PMSM 系统控制框图
Fig. 2 Control block diagram of PMSM system

式中: $\alpha > 0; \beta > 0; 0 < a < 1; b > 1; \varepsilon$ 为常数, 则称系统为全局固定时间稳定, 其收敛域为

$$V(x) \leq \min \left\{ \left(\frac{\varepsilon}{\alpha(1-\kappa)} \right)^{\frac{1}{a}}, \left(\frac{\varepsilon}{\beta(1-\kappa)} \right)^{\frac{1}{b}} \right\} \quad (6)$$

式中, $0 < \kappa < 1$. 收敛时间为

$$T < T_{\max} = \frac{1}{\kappa\alpha(1-a)} + \frac{1}{\kappa\beta(b-1)} \quad (7)$$

2 超扭曲扰动观测器

为克服 PMSM 中的不匹配扰动并抑制抖振现象, 运用超扭曲理论来设计扰动观测器, 使其在有限时间内观测系统的扰动。

考虑一个具有不确定参数和外部扰动的非线性系统

$$\dot{x}(t) = f(x) + gu(t) + d(t) \quad (8)$$

式中: $f(x)$ 为非线性函数; g 为控制参数; $u(t)$ 为控制输入; $d(t)$ 为系统扰动, 并满足 $\dot{d}(t) < D$ 。

对式 (8) 设计如下的扰动观测器

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= f(x) + gu(t) - \alpha_1 \|\hat{x}(t) - x(t)\|^{\frac{1}{2}} \cdot \\ &\quad \text{sgn}(\hat{x}(t) - x(t)) + \hat{d}(t) \\ \dot{\hat{d}}(t) &= -\alpha_2 \text{sgn}(\hat{x}(t) - x(t)) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式中: $\hat{x}(t)$ 为 $x(t)$ 的观测值; α_1, α_2 为观测器增益, 并满足 $\alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0; \hat{d}(t)$ 为 $d(t)$ 的观测值; sgn 为符号函数。

定义观测误差 $e_1(t) = \hat{x}(t) - x(t), e_2(t) =$

$\hat{d}(t) - d(t)$, 由式 (8)、式 (9) 可得观测误差方程为:

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= -\alpha_1 \|e_1\|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(e_1(t)) + e_2(t) \\ \dot{e}_2(t) &= -\alpha_2 \text{sgn}(e_1(t)) - \dot{d}(t) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

为证明超扭曲扰动观测器的有效性, 选取如下的李雅普诺夫函数:

$$V(t) = \xi^T P \xi \quad (11)$$

式中: $\xi = [\xi_1 \ \xi_2]^T = \left[\|e_1(t)\|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(e_1(t)) \ e_2(t) \right]^T; P = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 + 4\alpha_2 & -\alpha_1 \\ -\alpha_1 & 2 \end{bmatrix}$ 。

对 ξ 求取范数和求导

$$\|\xi\| = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} \geq |\xi_1| \quad (12)$$

$$\dot{\xi} = \frac{1}{2|\xi_1|} \begin{bmatrix} -\alpha_1 & 1 \\ -2\alpha_2 & 0 \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \dot{d}(t) \quad (13)$$

由于 P 为正对称矩阵, 故满足

$$\lambda_{\min}\{P\} \|\xi\|^2 \leq V(t) \leq \lambda_{\max}\{P\} \|\xi\|^2 \quad (14)$$

式中: $\lambda_{\min}\{P\}$ 为 P 的最小特征值; $\lambda_{\max}\{P\}$ 为 P 的最大特征值。

对式 (11) 进行求导, 可得

$$\dot{V}(t) = -\frac{1}{2|\xi_1|} \xi^T Q \xi + \chi^T \xi \dot{d}(t) \quad (15)$$

式中: $Q = \begin{bmatrix} \alpha_1^3 + 2\alpha_1\alpha_2 & -\alpha_1^2 \\ -\alpha_1^2 & \alpha_1 \end{bmatrix}; \chi = \begin{bmatrix} -\alpha_1 \\ 2 \end{bmatrix}$ 。

由于 Q 为正定对称矩阵, 因此满足

$$\dot{V}(t) \leq - \left(\frac{1}{2} \lambda_{\min}\{Q\} - D \|\chi\| \right) \|\xi\| \leq - \frac{\lambda_{\min}\{Q\} - 2D \|\chi\|}{2\sqrt{\lambda_{\max}\{P\}}} \sqrt{V(t)} \quad (16)$$

式中, $\lambda_{\min}\{Q\}$ 为 Q 的最小特征值。

由式 (16) 可知, 为保证观测误差在有限时间内收敛, 需满足

$$\lambda_{\min}\{Q\} - 2D \|\chi\| > 0 \quad (17)$$

因此, 式 (17) 进一步表示为

$$\frac{\lambda_{\min}\{Q\}}{2\|\chi\|} > D \quad (18)$$

由式 (18) 可知, 通过设计合适的参数 α_1 、 α_2 可准确观测系统的扰动, 即 $\lambda_{\min}\{Q\}$ 越大收敛越快。

注 1 针对含有时变扰动的系统 (8), 文献 [22]

中指出给定矩阵 P , 当满足 $P = \begin{bmatrix} \alpha_1^2 + 4\alpha_2 & -\alpha_1 \\ -\alpha_1 & 2 \end{bmatrix}$ 时, 能保证系统式 (10) 在有限时间内收敛。

3 固定时间滑模控制器设计

3.1 固定时间滑模面的构建

针对系统式 (4), 通过将反馈电流 i_q 加入到滑模面中来实现 PMSM 的转速控制, 同时为进一步抑制不匹配扰动, 增强控制系统的抗扰能力, 因此设计如下的固定时间滑模面:

$$s(t) = cx_1(t) + x_2(t) + \hat{d}_1(t) + k_1 S^p(x_1(t)) + k_2 |x_1(t)|^q \operatorname{sgn}(x_1(t)) \quad (19)$$

式中: $c > \frac{1}{2}$; $k_1 > 0$; $k_2 > 0$; $0 < p < 1$; $q > 1$; $\hat{d}_1(t)$ 为 $d_1(t)$ 的观测值; sgn 为符号函数; $S^p(x)$ 为非线性函数, 即

$$S^p(x) = \begin{cases} |x|^p \operatorname{sgn}(x), & |x| \geq \sigma \\ l_1 x + l_2 |x|^2 \operatorname{sgn}(x), & |x| \leq \sigma \end{cases} \quad (20)$$

式中: $l_1 = (2-p)\sigma^{p-1}$; $l_2 = (p-1)\sigma^{p-2}$; σ 为正数。

注 2 本文通过设计切换函数 $S^p(x)$ 避免 $\dot{s}(t)$ 出现奇异性问题。由式 (20) 可见, 当 $|x| \geq \sigma$ 时, $S^p(x)$ 呈幂次趋近律的形式, 可保证变量快速趋近到原点; 当 $|x| \leq \sigma$ 时, $S^p(x)$ 呈指数形式, 保证收敛速度的同时抑制了抖振。控制参数 σ 应尽量的小。对比文献 [19] 中的非奇异滑模面

$s = x_1 + \lambda_0 |x_1|^{f_0} \operatorname{sgn}(x_1) + \lambda_1 |x_2|^{f_1} \operatorname{sgn}(x_2)$, 既抑制了抖振现象, 又实现了固定时间稳定。

对式 (19) 进行求导, 可得

$$\dot{s}(t) = \left(c + k_1 \frac{dS^p(x_1(t))}{dx_1(t)} + k_2 q |x_1(t)|^{q-1} \right) \times (x_2(t) + d_1(t)) + \kappa + b(u_q + d_2(t)) + \hat{d}_1(t) \quad (21)$$

令 $\dot{s} = 0$ 时, 得到等效控制

$$u_{\text{eq}}(t) = - \frac{1}{b} \left(c + k_1 \frac{dS^p(x_1(t))}{dx_1(t)} + k_2 q |x_1(t)|^{q-1} \right) (x_2(t) + \hat{d}_1(t)) - \frac{1}{b} (\kappa + \hat{d}_1(t)) \quad (22)$$

式中, $\hat{d}_1(t)$ 为 $d_1(t)$ 的观测值。

为加快收敛速度, 设计如下的切换律

$$u_{\text{sw}}(t) = -k_3 |s(t)|^3 \operatorname{sgn}(s(t)) - \eta \operatorname{sgn}(s(t)) - \hat{d}_2(t) \quad (23)$$

式中: $k_3 > 0$; $\eta > 0$; $\hat{d}_2(t)$ 为 $d_2(t)$ 的观测值。

由式 (22) 和式 (23) 得到滑模控制律为

$$u_q(t) = u_{\text{eq}}(t) + u_{\text{sw}}(t) = - \frac{1}{b} \left(\kappa + \left(c + k_1 \frac{dS^p(x_1(t))}{dx_1(t)} + k_2 q |x_1(t)|^{q-1} \right) (x_2(t) + \hat{d}_1(t)) + \hat{d}_1(t) \right) - k_3 |s|^3 \operatorname{sgn}(s) - \eta \operatorname{sign}(s) - \hat{d}_2(t) \quad (24)$$

3.2 可达性分析

选取如下的李雅普诺夫函数

$$V(t) = \frac{1}{2} s^2(t) \quad (25)$$

对式 (25) 进行求导, 可得

$$\dot{V}(t) = s(t)\dot{s}(t) = s(t) \left(\left(c + k_1 \frac{dS^p(x_1(t))}{dx_1(t)} + k_2 q |x_1(t)|^{q-1} \right) \times (x_2(t) + d_1(t)) + \kappa + b(u_q(t) + d_2(t)) + \hat{d}_1(t) \right) \quad (26)$$

将式 (21) 代入式 (26) 中, 可得

$$\dot{V}(t) = s(t) (-k_3 |s(t)|^3 \operatorname{sgn}(s(t)) - \eta \operatorname{sgn}(s(t))) + s(t) (d_2(t) - \hat{d}_2(t)) \leq$$

$$\begin{aligned}
& -\sqrt{2}\eta\left(\frac{1}{2}s^2(t)\right)^{\frac{1}{2}} - 4k_3\left(\frac{1}{2}s^2(t)\right)^2 + \varepsilon \leq \\
& -\sqrt{2}\eta V_2^{\frac{1}{2}}(t) - \frac{1}{2}(4k_3V_2^2(t)) + \varepsilon \quad (27)
\end{aligned}$$

由引理 1 可知, 系统到达滑模面的时间为

$$T_1 < T_{\max} = \frac{2}{\sqrt{2}\eta\kappa_1} + \frac{1}{4k_3\kappa_1} \quad (28)$$

由式 (28) 可知, 系统状态到达滑模面的时间与初始状态无关。选择参数 η 和 k_3 使系统状态于固定时间内到达滑模面, 且滑模面 $s(t)$ 收敛于

$$\Omega_s = \min \left\{ \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}\eta(1-\kappa)} \right)^2, \left(\frac{\varepsilon}{4k_3(1-\kappa)} \right)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (29)$$

3.3 稳定性分析

由式 (29) 可知, 滑模面 $s(t)$ 在固定时间收敛于收敛域 Ω_s 。由式 (16) 和式 (29) 可得

$$s(t) = cx_1(t) + \dot{x}_1(t) - d_1(t) + \hat{d}_1(t) = \Delta s \quad (30)$$

式中, $\forall \Delta s \subset \Omega_s$ 。

由式 (27) 和 (30) 可知, 当 $|x_1(t)| \geq \sigma$ 时有

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) = & -cx_1(t) - k_1|x_1(t)|^p \operatorname{sgn}(x_1(t)) - \\
& k_2|x_1(t)|^q \operatorname{sgn}(x_1(t)) + \tilde{d}_1(t) + \Delta s \quad (31)
\end{aligned}$$

式中, $\tilde{d}_1(t) = \hat{d}_1(t) - d_1(t)$ 。

为证明稳定性, 选取如下的李雅普诺夫函数

$$V(t) = \frac{1}{2}x_1^2(t) \quad (32)$$

对式 (32) 求导可得

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) = & \frac{1}{2}\dot{x}_1(t)(-cx_1(t) - k_1|x_1(t)|^p \operatorname{sgn}(x_1(t)) - \\
& k_2|x_1(t)|^q \operatorname{sgn}(x_1(t)) + \tilde{d}_1(t) + \Delta s) \leq \\
& 2^{(p+1)/2}k_1V_2^{(p+1)/2}(t) + \\
& 2^{(q+1)/2}k_2V_2^{(q+1)/2}(t) + \frac{1}{2}(\Delta s + \\
& \tilde{d}_1(t))^2 \quad (33)
\end{aligned}$$

由引理 1 可知, 系统状态 $x_1(t)$ 在固定内时间收敛且满足

$$T_2 < T_{\max} = \frac{2}{2^{(p+1)/2}k_1\kappa_2} + \frac{2}{2^{(q+1)/2}k_2\kappa_2} \quad (34)$$

式中, $0 < \kappa_2 < 1$ 。 $x_1(t)$ 收敛于

$$\begin{aligned}
x_1(t) \leq & \min \left\{ \sqrt{2\left(\frac{1/2(\Delta s + \tilde{d}_1(t))^2}{2^{(p+1)/2}k(1-\kappa_2)}\right)^{2/(p+1)}}, \right. \\
& \left. \sqrt{2\left(\frac{1/2(\Delta s + \tilde{d}_1(t))^2}{2^{(q+1)/2}k(1-\kappa_2)}\right)^{2/(q+1)}} \right\} \quad (35)
\end{aligned}$$

当 $|x_1(t)| \leq \sigma$ 时, 同理可得

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) = & -cx_1(t) - k_1(l_1x_1(t) + \\
& l_2|x_1(t)|^2 \operatorname{sgn}(x_1(t))) - \\
& k_2|x_1(t)|^q \operatorname{sgn}(x_1(t)) + \\
& \tilde{d}_1(t) + \Delta s \quad (36)
\end{aligned}$$

选取如下李亚普诺夫函数:

$$V(t) = \frac{1}{2}x_1^2(t) \quad (37)$$

对式 (37) 进行求导, 可得

$$\begin{aligned}
\dot{V}(t) = & \frac{1}{2}\dot{x}_1(t)(-cx_1(t) - k_1(l_1x_1(t) + \\
& l_2|x_1(t)|^2 \operatorname{sgn}(x_1(t))) - \\
& k_2|x_1(t)|^q \operatorname{sgn}(x_1(t)) + \tilde{d}_1(t) + \Delta s) \leq \\
& -k_1l_1x_1^2(t) + \frac{1}{2}(\Delta s + \tilde{d}_1(t))^2 \quad (38)
\end{aligned}$$

通过求解 (38) 可得 $V(t) \leq \frac{(\Delta s + \tilde{d}_1(t))^2}{4k_1l_1}$, 因此状态 $x_1(t)$ 收敛于

$$\delta = \sqrt{V(t)} \leq \sqrt{\frac{(\Delta s + \tilde{d}_1(t))^2}{4k_1l_1}} \quad (39)$$

可见, 状态 $x_1(t)$ 的收敛时间和收敛域为:

$$\begin{aligned}
T = T_1 + T_2 = & \frac{2}{\sqrt{2}\eta\kappa_1} + \frac{1}{4k_3\kappa_1} + \\
& \frac{2}{2^{(p+1)/2}k_1\kappa_2} + \frac{2}{2^{(q+1)/2}k_2\kappa_2} \quad (40)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_1(t) \leq & \max \left\{ \delta, \sqrt{2\left(\frac{1/2(\Delta s + \tilde{d}_1(t))^2}{2^{(p+1)/2}k(1-\kappa_2)}\right)^{2/(p+1)}}, \right. \\
& \left. \sqrt{2\left(\frac{1/2(\Delta s + \tilde{d}_1(t))^2}{2^{(q+1)/2}k(1-\kappa_2)}\right)^{2/(q+1)}} \right\} \quad (41)
\end{aligned}$$

注 3 由式 (40) 可知, 通过调节控制参数 η 、 κ_1 、 κ_2 、 k_1 、 k_2 、 k_3 、 p 、 q 可以改变系统的收敛时间, 当参数增大时, 则收敛时间变快, 当参数减小时, 收敛时间变慢。

4 仿真分析

为验证本文所提控制方法的有效性, 以 PMSM 为例, 在 simulink 中搭建仿真模型。通过对比文献 [18] 中的 ITSMC 和文献 [19] 中的 NFTSMC 方法, 进行仿真实验。仿真中 PMSM 模型参数见表 1^[23]。

表 1 PMSM 系统参数
Tab. 1 PMSM system parameters

参数	值
极对数 n_p	4
转动惯量, $J/(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	0.003
定子电阻, R_s/Ω	0.958
定子电感, L_s/mH	12
转子磁链, ψ_r/Wb	0.182 7
摩擦因数, $B/[(\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}) \cdot \text{rad}^{-1}]$	0.008

假设期望转速 $\omega_m^* = 800 \sin t \text{ r/min}$, 控制律为:

(1) ITSMC

$$s(t) = c_1 x_1(t) + x_2(t) + c_2 \int x_1(t) dt + \hat{d}_1(t)$$

$$u(t) = -\frac{1}{b}(k + c_1(x_2(t) + d_1(t) + c_2 x_1(t) + \varepsilon \text{sgn}(s)))$$

式中: $c_1 > 0; c_2 > 0; \varepsilon > 0$ 。

(2) NFTSMC

$$s(t) = x_1(t) + \lambda_0 |x_1(t)|^{f_0} \text{sgn}(x_1(t)) + \lambda_1 |x_2(t)|^{f_1} \text{sgn}(x_2)$$

$$u(t) = -\frac{1}{b\lambda_1 f_1 |x_2(t)|^{f_1-1}}(x_2(t) + \lambda_0 f_0 |x_1(t)|^{f_0-1} (x_2(t) + \hat{d}_1(t)) + \gamma_1 s(t) + \gamma_2 |s(t)|^{f_2} \text{sgn}(s(t))) - \frac{1}{b}(k + \hat{d}_2(t))$$

式中: $\lambda_0 > 0; \lambda_1 > 0; f_0 > f_1; 1 < f_1 < 2; f_3 < 1; \gamma_1 > 0; \gamma_2 > 0$ 。

根据文献 [18-19] 中以及本文中的可达性和稳定性理论, 经仿真调试分别求出满足滑模控制的参数, 滑模控制参数见表 2。

表 2 控制参数
Tab. 2 Control parameters

控制方法	控制参数
ITSMC	$c_1 = 8\ 000, c_2 = 10, \varepsilon = 900$
	$f_0 = 1.5, f_1 = 1.29, f_2 = 0.7$
NFTSMC	$\lambda_0 = 120, \lambda_1 = 5, \gamma_1 = 30$
	$\gamma_2 = 8$
Fixed TSMC	$c = 0.5, \eta = 15, k_1 = 10$
	$k_2 = 10$
	$k_3 = 10, p = 0.6, q = 1.6$
	$\kappa_1 = 0.8$

系统仿真结果如图 3 所示。

由图 3 可以看出, 本文提出的控制方法收敛时间最快。由于切换增益设置较大, 采用 ITSMC 方法使跟踪误差到达滑模面后, 误差在 $-0.5 \sim 1.5 \text{ r/min}$ 范围内波动, 误差较大。NFTSMC 控制方法的跟踪误差在 $-0.5 \sim 0.5 \text{ r/min}$ 范围内波动。可见本文控制方法收敛速度快, 跟踪精度高。

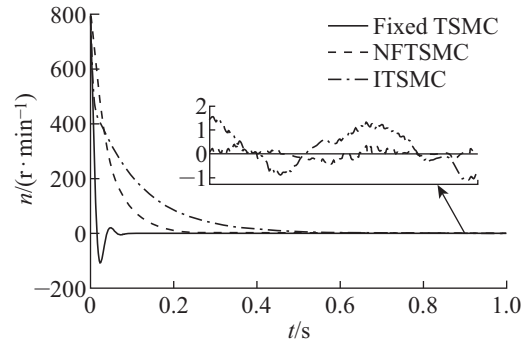


图 3 无扰动下的转速误差
Fig. 3 Speed error without disturbance

为验证系统的抗干扰能力, 在 $t = 0 \text{ s}$ 时加入 $2 \text{ N} \cdot \text{m}$ 的负载转矩, 在 $t = 2 \text{ s}$ 时将负载转矩增加到 $5 \text{ N} \cdot \text{m}$, 控制器参数不变, 系统仿真结果如图 4~6 所示。

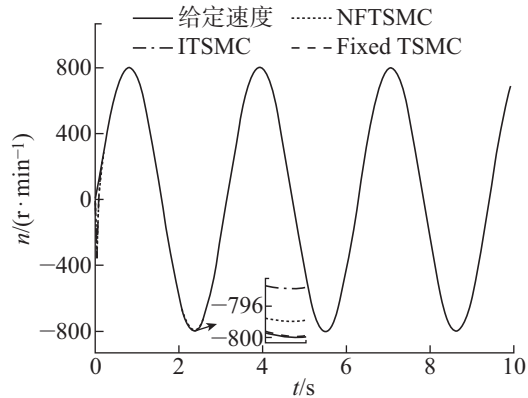


图 4 转速跟踪效果
Fig. 4 Speed tracking effect

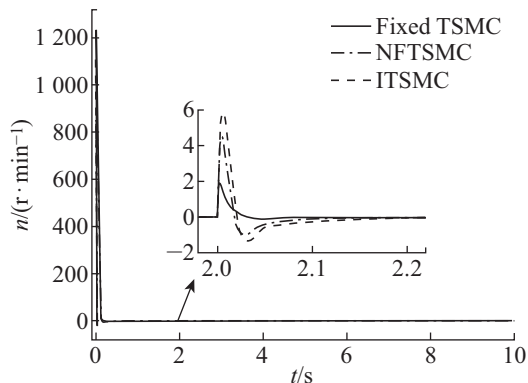


图 5 扰动下的转速误差
Fig. 5 Speed error under disturbance

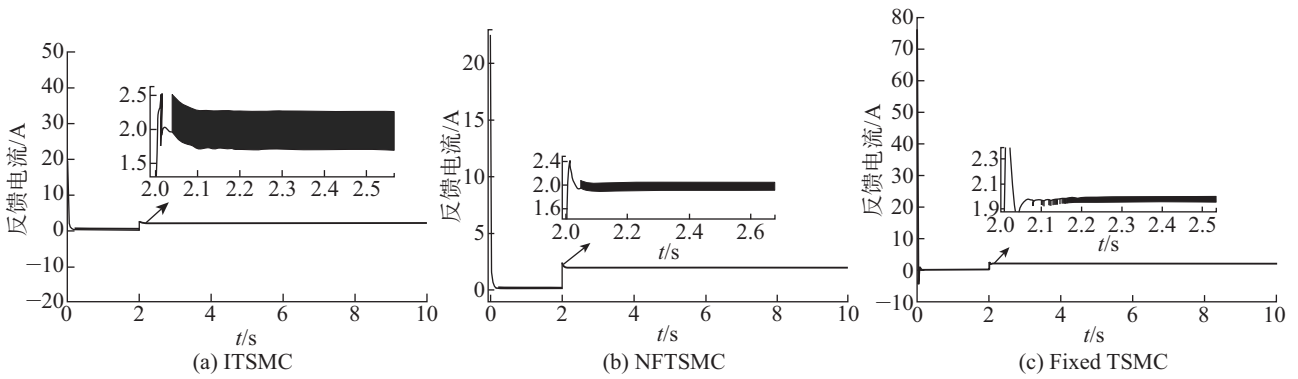


图6 扰动下的反馈电流 i_q
Fig. 6 Feedback current under disturbance i_q

由图4和图5可见,当扰动变大时,本文提出的控制方法在2.05s内收敛,收敛速度快且无明显超调,而ITSMC和NFTSMC分别在2.1s和2.15s左右收敛且超调量大。由图6可见,由于ITSMC的切换增益大,电流在0.5A左右时抖振明显。NFTSMC抖振较小,在0.2A左右时波动。而Fixed TSMC无明显抖振现象,验证了本文设计方法的有效性。

根据上节所证的可达性和稳定性理论,设置不同的控制器参数进行仿真验证,控制参数如表3所示。

仿真效果如图7所示。由图7可见,通过设计不同的参数不仅可以改变系统到达滑模面的时间,还可以改变系统在滑模面上的收敛时间。控制参数增大,收敛时间减小,控制参数减小,收敛时间增大,因

表3 仿真模型的参数
Tab. 3 Parameters of simulation model

控制器	值
Fixed TSMC1	$c = 0.5, \eta = 8, k_1 = 8$
	$k_2 = 8, k_3 = 8, p = 0.4$
	$q = 1.4, \kappa_1 = 0.8, \kappa_2 = 0.8$
Fixed TSMC2	$c = 0.5, \eta = 15, k_1 = 15$
	$k_2 = 15, k_3 = 15, p = 0.6$
	$q = 1.6, \kappa_1 = 0.8, \kappa_2 = 0.8$
Fixed TSMC3	$c = 0.5, \eta = 20, k_1 = 20$
	$k_2 = 20, k_3 = 20, p = 0.8$
	$q = 1.8, \kappa_1 = 0.8, \kappa_2 = 0.8$

此,通过设计控制参数可以调整系统的收敛时间。

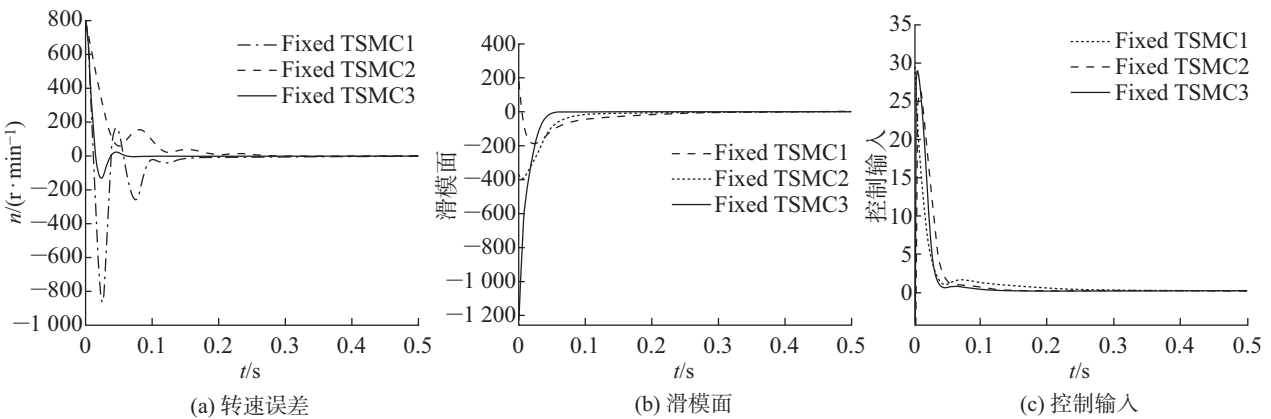


图7 不同控制参数下的仿真结果
Fig. 7 Simulation results under different control parameters

5 结论

为抑制PMSM速度跟踪系统的匹配和不匹配扰动,提出了基于超扭曲扰动观测器的固定时间滑模复合控制策略。该观测器实现了观测误差在有限

时间收敛,并削弱了观测器的抖振问题。采用分段函数来设计固定时间滑模面,避免了传统终端滑模中的奇异问题,并证明了PMSM系统的固定时间稳定性。最后仿真结果表明,本文方法具有更高的跟踪精度及更快的收敛速度。

参考文献:

- [1] 兰志勇, 罗杰, 李延昊, 等. 基于快速选择表的永磁同步电机模型预测转矩控制 [J]. 电工技术学报, 2023, 38(21): 5749-5757.
- [2] 徐艳平, 李园园, 周钦, 等. 矢量双选取的永磁同步电动机直接转矩控制策略 [J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(17): 5211-5218.
- [3] CHEN P Y, LI J C, FANG C, et al. A predict current and position compensation method for PMSM sensorless control under low carrier ratio [C]//IECON 2023- 49th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Singapore, [s.n.], 2023: 1-6.
- [4] LI T, LIU X D, YU H S. Backstepping nonsingular terminal sliding mode control for PMSM with finite-time disturbance observer [J]. IEEE Access, 2021, 9: 135496-135507.
- [5] NIU Z H, ZUO Y F, WANG H Z, et al. Improved low-frequency disturbance rejection property for position control of PMSM using generalized extended state observer [J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2023, 11(5): 4739-4748.
- [6] ZHAO K H, YIN T H, ZHANG C F, et al. Robust model-free nonsingular terminal sliding mode control for PMSM demagnetization fault [J]. IEEE Access, 2019, 7: 15737-15748.
- [7] 李渊, 何凤有, 余跃. 无速度传感器的永磁同步电动机滑模控制 [J]. 微特电机, 2009, 37(12): 45-47.
- [8] 顾秀涛, 徐为民, 张明明, 等. 桥式吊车自适应超螺旋移动滑模控制研究 [J]. 控制工程, 2021, 28(6): 1150-1162.
- [9] 周华伟, 于晓东, 刘国海, 等. 基于内模的圆筒永磁直线电机滑模速度控制 [J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(11): 3382-3391.
- [10] 康尔良, 于浩天, 韩康玮. 永磁同步电机非线性增益非奇异快速终端滑模控制 [J]. 电机与控制学报, 2024, 28(5): 73-81.
- [11] 赵凯辉, 谯梦洁, 吕玉映, 等. PMSM 无模型超螺旋快速积分终端滑模控制 [J]. 电子测量与仪器学报, 2024, 38(5): 64-74.
- [12] 王立俊, 赵吉文, 盘真保, 等. 基于有限时间状态观测器的永磁同步直线电机递归终端滑模控制 [J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(2): 755-766.
- [13] 谷爱昱, 庞城洁, 乐敏. 基于改进趋近律的IPMSM滑模NDOB调速控制 [J/OL]. [2024-05-06]. <https://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.20230382>.
- [14] 蒲明, 廖建春, 但志宏, 等. 新型固定时间收敛多幕次趋近律 [J/OL]. [2024-05-26]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/44.1240.tp.20240301.1029.018.html>.
- [15] 周铭浩, 魏可蒙, 冯勇, 等. 非匹配不确定MIMO系统的分数阶终端滑模控制 [J]. 自动化学报, 2023, 49(10): 2224-2236.
- [16] SHI S L, Li J X, FANG Y M. Extended-state-observer-based chattering free sliding mode control for nonlinear systems with mismatched disturbance [J]. IEEE Access, 2018, 6: 22952-22957.
- [17] 侯利民, 王龙洋, 王怀震. 基于NDOB的匹配/非匹配不确定性系统滑模控制 (英文)[J]. 自动化学报, 2017, 43(7): 1257-1264.
- [18] 周华伟, 于晓东, 高猛虎, 等. 基于不匹配干扰观测器的圆筒型永磁直线电机新型滑模速度控制 [J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(7): 2163-2170.
- [19] 方馨, 王丽梅, 张康. 基于扰动观测器的永磁直线电机高阶非奇异快速终端滑模控制 [J]. 电工技术学报, 2023, 38(2): 409-421.
- [20] 孙传斌, 王树波. 基于双滑模观测器的参数不确定系统抗扰与跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2024, 39(12): 3973-3980.
- [21] 王端松, 李东禹, 梁晓玲. 干扰条件下无人艇编队有限时间同步控制 [J]. 自动化学报, 2024, 50(5): 1047-1058.
- [22] 李鹏, 郑志强. 基于类二次型Lyapunov函数的Super-twisting算法收敛性分析 [J]. 控制与决策, 2011, 26(6): 949-952.
- [23] JIANG J F, ZHOU X J, ZHAO W, et al. A fast integral sliding mode controller with an extended state observer for position control of permanent magnet synchronous motor servo systems [J]. Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering, 2020, 21(8): 1239-1251.